

---

# Vorkurs Physik: Übung 13

---

Wintersemester 2022/23

## 1. Kurvendiskussion

Untersuchen Sie folgende Funktionen  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  für beliebiges  $a \in \mathbb{R}^+$  auf Nullstellen, Polstellen, Maxima, Wendepunkte und Asymptotik (d.h. das Fernverhalten von  $f$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ ). Fertigen Sie für  $a = 1$  eine Skizze der jeweiligen Graphen an.

a)  $f(x) = 2x^4 - 8x^2$

b)  $f(x) = x + \frac{a}{x}$

c) Die Fermi-Funktion:  $f(x) = \frac{1}{e^{ax} + 1}$

d) Die Bose-Funktion:  $f(x) = \frac{1}{e^{ax} - 1}$

## 2. Unbestimmte Integrale

Überprüfe die folgenden Gleichungen:

$$(1) \quad \int \frac{2dx}{(x+1)^2} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$(2) \quad \int \ln(x)dx = x \ln(x) - x$$

## 3. Integrale

Berechne die folgenden Integrale:

$$\begin{array}{lll} 1) \quad \int_0^1 \sum_{i=0}^N a_i x^i dx & 2) \quad \int_1^{a^2} \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad (a > 0) & 3) \quad \int_0^1 x^2 e^x dx \\ 4) \quad \int \sin x \cos x dx & 5) \quad \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx & 6) \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx \end{array}$$

## 4. Integrationsregeln

Zeige folgende nützliche Identitäten:

$$1) \int_a^b f(\alpha x) dx = \frac{1}{\alpha} \int_{\alpha a}^{\alpha b} f(x) dx \quad 2) \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = -\frac{1}{f(x)} \quad 3) \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(x)$$

## 5. Zusatzaufgabe: Substitutionsregel

Berechne die folgenden Integrale mit Hilfe der Substitutionsregel:

$$1) \int_0^1 (5x - 4)^3 dx \quad 2) \int_1^2 \ln(ax) dx$$
$$3) \int \sin(2\pi x) dx \quad 4) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan(x) dx$$