

## Übungszettel 6

*Prof. Dr. Berenike Maier, Prof. Dr. Andreas Schadschneider  
Universität zu Köln*

### 6.1 Lineare Abbildungen

- a) Eine Abbildung  $f$  ist auf  $\mathbb{R}$  definiert. Entscheiden Sie für die folgenden Beispiele, ob es sich um eine lineare Abbildung handelt. Falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an, das zeigt, dass die Abbildung die Eigenschaften linearer Abbildungen verletzt.

i)  $f(x) = 42 \cdot x$

ii)  $f(x) = x + 13$

- b) Entscheiden Sie ob die Abbildung  $g$  auf dem  $\mathbb{R}^2$  in den folgenden Fällen linear ist. Falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an, das zeigt, dass die Abbildung die Eigenschaften linearer Abbildungen verletzt. Falls ja, geben Sie die Matrix  $A$  an, die  $g$  (in der Standardbasis) beschreibt. Berechnen Sie beispielhaft  $A \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  und vergewissern Sie sich, dass das Ergebnis plausibel ist.

i)  $g(\vec{v}) = |\vec{v}|$

ii)  $g(\vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{e}_2$

iii)  $g(\vec{v}) = 1$

iv)  $g$  ist die Verschiebung um  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

## 6.2 Matrixmultiplikationen

Wir betrachten die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 3).$$

- Welche reellen Vektorräume sind die Definitions- und Bildmengen der linearen Abbildungen, die die Matrizen beschreiben?
- Welche Abbildungen können verkettet werden, sprich welche Matrizen können miteinander multipliziert werden? Was sind die Definitions- und Bildmengen der Verkettungen? Vergessen Sie nicht, beide möglichen Reihenfolgen zu berücksichtigen.
- Berechnen Sie die Produkte aller kompatiblen Matrizenpaare.

## 6.3 Drehmatrizen

Bestimmen Sie die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , die eine Drehung um die  $y$ -Achse um  $\frac{\pi}{4}$  gefolgt von einer Drehung um die  $z$ -Achse um  $\frac{3\pi}{4}$  beschreibt. Gehen Sie hierbei wie folgt vor:

- Bestimmen Sie  $\sin \frac{\pi}{4}$ ,  $\cos \frac{\pi}{4}$ ,  $\sin \frac{3\pi}{4}$  und  $\cos \frac{3\pi}{4}$ .
- Bestimmen Sie die Matrizen  $B$  und  $C$  der Einzeldrehungen.
- Multiplizieren Sie die Matrizen geeignet miteinander.