

Übungszettel 3

Prof. Dr. Berenike Maier, Prof. Dr. Andreas Schadschneider
Universität zu Köln

3.1 Vektorarithmetik

Vereinfachen Sie:

- $\vec{a} + \vec{a} + \vec{a}$
- $\vec{a} - \frac{2}{\lambda}(\lambda\vec{a} + \lambda\vec{b})$ mit $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $(\lambda - 2)\vec{a} \cdot \vec{b} + (\vec{b} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$.
- $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$

3.2 Basen

Sei $E := (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ die Standardbasis des \mathbb{R}^2 . Wir betrachten das Paar von Vektoren:

$$B := (\vec{b}_1, \vec{b}_2) := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_E, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}_E \right).$$

- Vergewissern Sie sich, dass B eine Basis ist.
- Schreiben Sie folgende Vektoren in Darstellung der Standardbasis E :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}_B, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}_B, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}_B$$

- Skizzieren Sie das durch B aufgespannte schiefwinklige Koordinatensystem. Zeichnen Sie folgende Vektoren ein und schreiben Sie sie in Darstellung der Basis B :

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}_E, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}_E, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}_E$$

Sie können die Antworten auf die letzte Teilfrage aus Ihrer Skizze ablesen, aber auch systematisch mit Gleichungssystemen vorgehen oder schlicht raten.