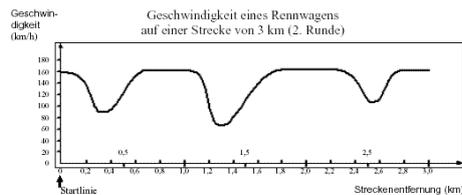


Vorkurs Physik: Übung 12

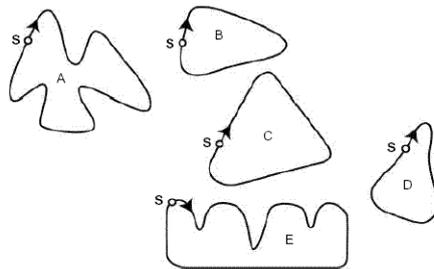
Wintersemester 2022/23

1. Geschwindigkeit

Der folgende Graph zeigt, wie die Geschwindigkeit eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer drei Kilometer langen ebenen Rennstrecke variiert.



Auf welcher der folgenden fünf Rennstrecke fuhr der Wagen?

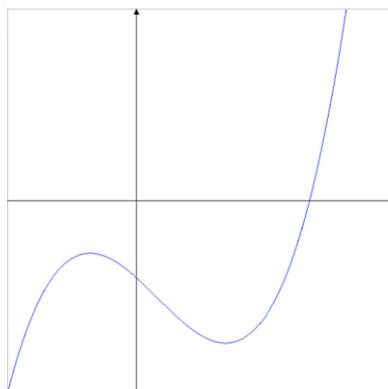


Hinweis: Dies ist eine Aufgabe aus dem PISA-Test 2000.

2. Ableitung qualitativ

Skizziere für die unten dargestellte Funktion $f(x)$ den Verlauf der 1. und 2. Ableitung!

Hinweis: Skizziere f , f' und f'' in *einer* Abbildung!



3. Ableitungen elementarer Funktionen

Berechnen Sie die Ableitungen (bzgl. x) von:

- a) $7x^3 + 4x + 2$ b) $\frac{x^2 + 3}{x + 2}$ c) a^x
d) $\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ e) $e^{x \sin x}$ f) $\sin(x) \cos(x)$
g) $\sum_{n=0}^N a_n x^n$ i) $\cosh x$ j) $\sinh x$

4. Quotientenregel

a) Zeigen Sie für Funktionen $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$ die Gültigkeit der Quotientenregel

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g} - \frac{fg'}{g^2} = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

ausgehend von der Produkt- und Kettenregel.

b) Berechnen Sie die Ableitung von $\tan(x)$.

5. Ableitung von Umkehrfunktionen

f^{-1} sei die Umkehrfunktion von f , d.h. $f^{-1}(f(x)) = x$.

a) **Zusatzaufgabe:** Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

b) Berechnen Sie mit dieser Formel die Ableitungen von:

- a) $f(x) = \ln(x)$ b) $f(x) = \arctan(x)$ c) $f(x) = \operatorname{arsinh}(x)$

Hinweis: Vereinfachen Sie die Resultate in (b) und (c) so weit, dass keine trigonometrischen oder hyperbolischen Funktionen mehr darin vorkommen.

6. Zusatzaufgabe: Monotonie und Ableitung

Sei $I :=]a, b[$ und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige und differenzierbare Funktion. Dann gilt

- a) $(\forall t \in I : f'(t) = 0) \Leftrightarrow f$ ist konstant
b) $(\forall t \in I : f'(t) \geq 0) \Leftrightarrow f$ ist monoton wachsend
c) $(\forall t \in I : f'(t) > 0) \Rightarrow f$ ist streng monoton wachsend

Für monoton fallende Funktionen lassen sich b) und c) analog formulieren. Zeigen Sie jeweils zu a) und b) die „ \Leftarrow “-Richtung und finden Sie zu c) ein Gegenbeispiel dafür, dass „ \Leftarrow “ nicht gilt.