
Vorkurs Physik: Übung 10

Wintersemester 2022/23

1. Polynomdivision

a) Berechnen Sie durch Polynomdivision:

1) $(x^2 - 1) : (x - 1)$ 2) $(x^3 - 1) : (x - 1)$ 3) $(x^4 - 1) : (x - 1)$

b) Wie lautet für beliebiges $N \in \mathbb{N}$ das Ergebnis der Polynomdivision

$$\frac{x^{N+1} - 1}{x - 1}.$$

2. Zusatzaufgabe: Gebrochen-rationale Funktionen

Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Null- und Polstellen der gebrochen-rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

und fertigen Sie eine qualitative Skizze des Graphen an.

3. Radioaktiver Zerfall

Von einer radioaktiven Substanz sei anfangs ($t = 0$) eine Menge $m(0) = m_0 = 10$ Masseneinheiten vorhanden. Nach t Tagen ist ihr Bestand auf $m(t) = m_0 e^{-\beta t}$ zerfallen mit der Zerfallskonstanten $\beta = 0.02$.

- Wann wird nur noch die Hälfte der Substanz vorhanden sein?
- Welche Menge zerfällt im Laufe des ersten Tages, welche im Verlauf des 30. Tages?
- Wie viel Prozent der jeweils vorhandenen Substanz zerfällt im Lauf des 1. bzw. 30. Tages?
- Welche der Ergebnisse der vorangegangenen Teilaufgaben sind von der konkreten Wahl für m_0 abhängig?

4. Hyperbolische Funktionen

Die hyperbolischen Funktionen *sinus hyperbolicus* und *cosinus hyperbolicus* sind definiert durch

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}, \quad \coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x}.$$

- a) Skizzieren Sie den Verlauf der Funktionen! Wie verhalten sie sich für $x \rightarrow \pm\infty$?
- b) Zeigen Sie mit Hilfe der bekannten Eigenschaften der Exponentialfunktion folgende Beziehungen:

1. $\sinh(-x) = -\sinh(x)$ bzw. $\cosh(-x) = \cosh(x)$

2. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

3. $\sinh(x \pm y) = \sinh x \cdot \cosh y \pm \cosh x \cdot \sinh y$

4. $\cosh(x \pm y) = \cosh x \cdot \cosh y \pm \sinh x \cdot \sinh y$