

Übungszettel 1

*Prof. Dr. Berenike Maier, Prof. Dr. Andreas Schadschneider
Universität zu Köln*

Vorbemerkungen

Ziel dieses ersten Zettels ist es, sich mit Schreibweisen vertraut zu machen, die für die Mathematik wichtig sind.

Ein paar Konventionen u. Ä. zur Erinnerung:

- $0 \notin \mathbb{N}$.
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
- $+$, $-$, usw. (aber nicht \times) bezeichnen elementweise Operationen.

1.1 Rechnen

Berechnen oder vereinfachen Sie:

a) $6!$

e) $\prod_{n=1}^4 a^n$

b) $\sum_{n=2}^5 \frac{n}{n+1}$

f) 0^0

c) $\prod_{n=3}^6 \frac{n}{n+1}$

g) $\binom{5}{3}$

d) $\sum_{n=-3}^3 n^5$

h) $\binom{2022}{2021}$

i) $\frac{(ab)^3 (a^3 b)^2 b^{-5}}{(a^4)^3 (ab)^{-1}}$ (mit $a, b \in \mathbb{N}$)

j) $\frac{3ab^3 + 7a^2b + 4ab + 11a^2b^3}{9a^2b^3 + 4a^4b^4 + 5ab}$ (mit $a, b \in \mathbb{N}$)

1.2 Mengen und Logik

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

a) $\{1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3\} = \{3, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3\}$.

b) $\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 3\}$.

c) $\{1, 2, 3\} \cup \{3, 4, 5\} = \{1, 2, 4, 5\}$.

d) $3 \subset \{1, 2, 3, 4\}$.

e) $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus \{2, 4, 6, 8\} = \{1, 3, 5\}$.

f) $\{0\} = \emptyset$.

g) $-2 \in \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 = 4\}$

h) $\left\{ \frac{x}{y} \mid x, y \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \right\} = \mathbb{Q}$

i) $(3, 42) \in \{1, 2, 3, 4\} \times \{5, 23, 42, 137\}$.

j) $\{x \cdot y \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{Q}\} = \mathbb{N} \times \mathbb{Q}$

k) $\mathbb{N}^4 \subset \mathbb{Q}^4$

l) $\mathbb{N} \times \mathbb{Z} \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

m) $\mathbb{N} - \mathbb{N} = \mathbb{Z}$.

n) $A \subset B \subset C \implies A \subset C$.

o) $ab = 0 \iff a = 0 \wedge b = 0$

p) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 = -3\} = \{a \in \mathbb{Z} \mid 2a = -3\}$