Name(n): Übungsgruppe:
Matrikelnummer(n):

Experimentalphysik I, SS 2014

Prof. Dr. B. Maier
J. Ribbe (jan.ribbe@uni-koeln.de) / E. Oldewurtel (enno.oldewurtel@uni-koeln.de)
Institut für Theoretische Physik, Universität zu Köln
www.biophysics.uni-koeln.de

Übungsblatt 5

Ausgabe: **Montag, 05.Mai 2014**
Abgabe: **Montag, 12.Mai 2014**

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	5	**Summe**
Punkte:						

1. **[6 Punkte] Satellit auf geostationärer Kreisbahn**
Die Lösung des Keplerproblems für eine Kreisbahn ist, wenn die Gesamtenergie E gegeben ist:

$$E = \min_{r>0}\left(U_{\text{eff}}(r)\right) \quad \text{mit} \quad U_{\text{eff}} = \frac{L_0^2}{2\mu r^2} - \frac{\alpha}{r} \tag{1}$$

(L_0: Drehimpuls, $\alpha = GmM$, G : Gravitationskonstante, $m; M$: Massen der zwei Körper, μ: effektive Masse).

a) Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn, indem Sie das effektive Potential minimieren $\frac{\partial U_{\text{eff}}}{\partial r} \stackrel{!}{=} 0$.

b) Berechnen Sie die Energie E für die Kreisbahn.

c) Die Bestimmungsgleichung $\frac{\partial U_{\text{eff}}}{\partial r} = 0$ für den Radius der Kreisbahn kann auch als Kräftegleichgewicht zweier Kräfte aufgefasst werden. Zeigen Sie, dass die eine Kraft gerade die Gravitationskraft ist und die andere die Zentrifugalkraft $K_{\text{ZF}} = \mu v^2 \vec{e}_r$, wobei v der Betrag der Geschwindigkeit ist.

d) In welcher Entfernung vom Erdmittelpunkt muss man einen Satelliten auf einer Kreisbahn stationieren, damit er immer ber demselben Längengrad bleibt (geostationäre Umlaufbahn)? Hinweis: Gravitationskonstante $G = 6.6742 \cdot 10^{-11}\text{m}^3/\text{kg}\,\text{s}^2$, Erdmasse $M = 5.972 \cdot 10^{24}\text{kg}$.

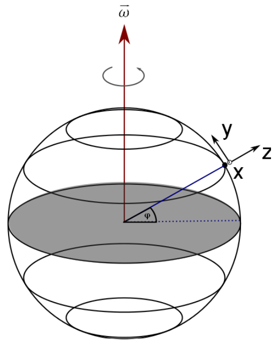
2. **[3 Punkte] Satellit auf stabiler Kreisbahn**
Betrachten Sie einen Satellit der Masse m auf einer stabilen Kreisbahn mir Radius r um die Erde. Die Satellitenbahn ist genau dann eine stabile Kreisbahn, wenn das effektive Potential minimal ist. Aus Aufgabe 1 wissen wir, daß für den Drehimpuls L gilt: $\frac{L}{m} = \sqrt{rGM}$ (m Masse Satellit)

a) Bestimmen Sie nun durch Integration des zweiten Keplerschen Gesetzes (Flächensatz) die Umlaufzeit des Satelliten als Funktion des Bahnradius. *Hinweis: Das 2.* KEPLER*sche Gesetz lautet:*

$$\frac{dA}{dt} = \text{const.} = \frac{L}{2m}$$

b) Wie groß ist die kinetische Energie des Satelliten? Vergleichen Sie diese mit seiner potentiellen Energie.

3. **[4 Punkte] Freier Fall mit Coriolis**
Senkrecht über einem Ort A der geographischen Breite ϕ wird aus der Höhe h ein Körper frei fallen gelassen. Durch Coriolis- und Zentrifugalkraft wird er abgelenkt.



a) Aus den für die Coriolis- und Zentrifugalbeschleunigung geltenden, vektoriellen Beziehungen ermittle man zunächst die Richtungen der auftretenden Ablenkungen und finde einen Ausdruck für $\vec{a}_c$ als Funktion von $\vec{v}$, $\vec{\omega}$ und ϕ.

b) Man berechne die Größen der Ablenkung am Erdboden x_c.

c) Als Zahlenbeispiel berechne man die Ablenkung beim Aufschlag eines Körpers, der aus einer Höhe $h = 100$ m frei fiel. Dabei sollen folgende Bedingungen gelten: $R_E = 6.37 \cdot 10^6\text{m}; \phi = 45.0°$ N$; g = 9.81\text{ms}^{-2}$

Hinweis: Man benutze ein kartesisches Koordinatensystem, dessen Ursprung im Ort A liegt, dessen positive x-Richtung nach Osten, dessen positive y-Richtung nach Norden und dessen positive z-Richtung senkrecht nach oben weist. Man wähle als Anfangsbedingungen zu der Zeit $t = 0$ folgendes: $v_0 = 0; x_0 = y_0 = 0; z_0 = h$.

4. **[5 Punkte] Drehende Scheibe**

Auf einem Spielplatz befindet sich eine große drehbare Scheibe mit dem Durchmesser $2R = 5\,\text{m}$. Der Einfachheit halber betrachte man die Scheibe als masselos und waagerecht angebracht. Auf dem Rand dieser Scheibe sitze ein (punktförmiges) Kind der Masse $m = 20\,\text{kg}$. Jemand gibt dem Rand der Scheibe in tangentialer Richtung 1 s lang einen Stoß mit der Kraft $F = 10\,\text{N}$.

a) Berechnen Sie den Drehimpuls des Kindes.

b) Berechnen Sie die Drehfrequenz der Scheibe.

c) Nun kriecht das Kind in Richtung Scheibenmittelpunkt, bis es R/2 von dort entfernt ist. Wie hoch ist jetzt die Drehfrequenz der Scheibe?

5. **[2 Punkte] Integration**
Eine häufig genutzte Funktion in der Physik lautet: $f(x) = e^{-(\alpha x)^2}$.

a) Zeigen Sie daß das unbestimmte Integral einen konstanten Wert annimmt:

$$\int_{x=-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^2}}$$

Dehnen Sie dazu das Integral ($\mathbb{R}$) in 2 Dimensionen ($\mathbb{R} \circ \mathbb{R}$) aus und formen es entsprechend in Polarkoordinaten ($(x, y) \to (r, \phi)$) um.

Erreichbare Gesamtpunktzahl: 20