Vorkurs Physik, WS22/23

Übungszettel 4

Prof. Dr. Berenike Maier, Prof. Dr. Andreas Schadschneider
Universität zu Köln

4.1 Kite Buggy

Bildquelle: Ragnar1904, CC BY-SA 4.0 via Wikimedia Commons

Zunächst ein paar Vektoren:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{19}\begin{pmatrix}6\\18\\1\end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \frac{1}{19}\begin{pmatrix}17\\-6\\6\end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \frac{1}{19}\begin{pmatrix}-6\\1\\18\end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix}190\,\mathrm{N}\\380\,\mathrm{N}\\190\,\mathrm{N}\end{pmatrix}.$$

Ein Kite Buggy ist ein Wagen, der von einem Drachen gezogen wird (siehe Abbildung). Sie fahren mit einem Kite Buggy in Richtung $\vec{a}_1$ über eine Ebene, die von den Vektoren $\vec{a}_1$ und $\vec{a}_2$ aufgespannt wird. Ihr Drachen zieht daran mit einer vektoriellen Kraft $\vec{F}$.

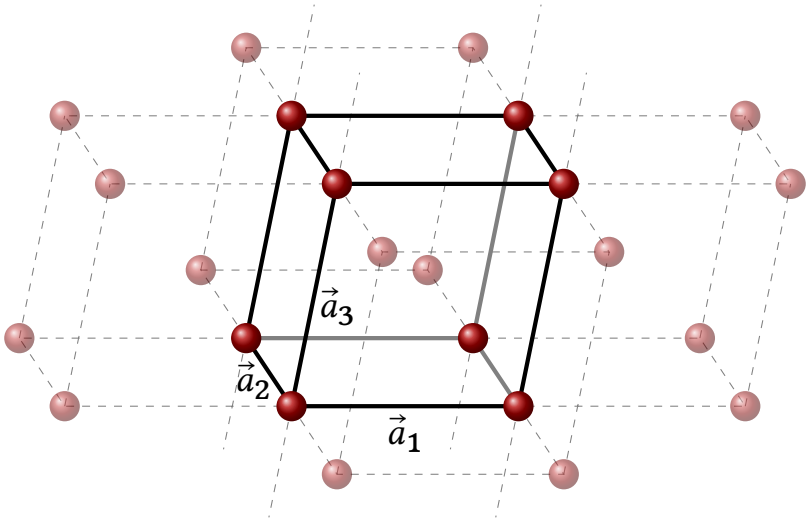
a) Zeigen Sie, dass $\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right)$ eine Orthonormalbasis ist.

b) Interpretieren Sie den Vektor $\vec{a}_3$ geometrisch im Buggy-Szenario.

c) Berechnen Sie den Betrag der (durch den Drachen verursachten) Kraft, die:

- Ihren Buggy in Fahrtrichtung zieht,
- Ihren Buggy anhebt (senkrecht zur Ebene),
- auf Ihren Buggy senkrecht zur Fahrtrichtung entlang der Ebene wirkt, also die Reifen zur Seite drückt.

4.2 Rhomboedrischer Kristall



Ein *Rhomboeder* ist ein Spat (auch *Parallelepiped*), dessen Kanten alle gleich lang sind. Ein rhomboedrischer Kristall ist aus (dicht gepackten) Rhomboedern zusammengesetzt, an deren Ecken Atome sitzen. Wir betrachten einen solchen Kristall, in dem die Abstände zwischen benachbarten Atomen durch folgende Vektoren (bzw. deren Negative) beschrieben sind (siehe Abbildung):

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 300\,\text{pm} \\ 0\,\text{pm} \\ 0\,\text{pm} \end{pmatrix}, \qquad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 84\,\text{pm} \\ 288\,\text{pm} \\ 0\,\text{pm} \end{pmatrix}, \qquad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 84\,\text{pm} \\ 64\,\text{pm} \\ 281\,\text{pm} \end{pmatrix}$$

Wir gehen davon aus, dass Sie für Rechnungen mit Zahlen (statt Vektoren) einen Computer oder Taschenrechner verwenden. Zur Erinnerung: 1 pm = 10^{-12} m.

a) Zeigen Sie, dass der Kristall tatsächlich rhomboedrisch ist (im Rahmen der Genauigkeit).

b) Zeigen Sie, dass die drei Kristallachsen in Richtung $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ und $\vec{a}_3$ äquivalent sind (im Rahmen der Genauigkeit), also die Atomabstände und Winkel der Achsen zueinander gleich sind.

c) *(erst mit Zettel 5 besprechen)*
Wieviele Atome befinden sich in einem Kubikmeter? Das Volumen des von $\vec{x}$, $\vec{y}$ und $\vec{z}$ aufgespannten Spats ist:

$$V = \left|(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{z}\right| = \left|(\vec{y} \times \vec{z}) \cdot \vec{x}\right| = \left|(\vec{z} \times \vec{x}) \cdot \vec{y}\right|.$$

Versuchen Sie dabei so zu rechnen, dass Sie möglichst wenig nicht-triviale Multiplikationen durchführen müssen.