Vorkurs Physik: Übung 9

Wintersemester 2022/23

1. Umkehrfunktion

a) Bestimme die Umkehrfunktion von

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

zeichnerisch.

b) Wie lautet die Umkehrfunktion explizit?

c) Zeige durch Nachrechnen, dass $f^{-1} \circ f(x) = x$ und $f \circ f^{-1}(x) = x$.

d) In welchen Definitions- und Wertebereichen ist die Funktion

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

umkehrbar und wie lautet dort die Umkehrfunktion? Hierbei seien $b, c \in \mathbb{R}$.

2. Stetigkeit

Untersuchen Sie anhand der Graphen folgende Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ auf Stetigkeit:

1) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < 1 \\ x^3 - x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{für } x < 1 \\ x^3 - 2x^2 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$

3. Potenzfunktion

a) Berechne

$$(i): \ 3^4, \qquad (ii): \ 2^{-3}, \qquad (iii): \ 16^{1/4}, \qquad (iv): \ 64^{-1/4}.$$

b) Zeige ausgehend von

$$x^A \cdot x^B = x^{A+B}, \qquad (x^A)^B = x^{A \cdot B} \qquad \text{und} \qquad x^0 = 1$$

(wobei $x \in \mathbb{R}^+$ und $A, B \in \mathbb{R}$), dass

$$x^{-A} = \frac{1}{x^A}\,.$$