

8. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2015

<http://ukoeln.de/CBSXB>**1. Komponenten**

Gegeben sei eine Orthonormalbasis $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ eines euklidischen Vektorraums V .

- Wie lauten die Basisvektoren \vec{e}_1, \vec{e}_2 und \vec{e}_3 in Komponentendarstellung bzgl. B ?
- Zeigen Sie, dass die Komponenten eines Vektors $\vec{a} \in V$ bzgl. B durch $a_i = \vec{e}_i \cdot \vec{a}$ bestimmt sind ($i = 1, 2, 3$).

2. Skalarprodukte

a) Sei B eine Orthonormalbasis eines dreidimensionalen euklidischen Vektorraums. Berechnen Sie alle Skalarprodukte zwischen den Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}_B, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B$$

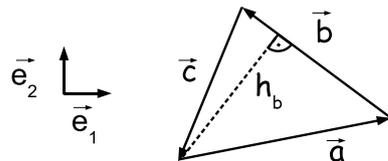
- Berechnen Sie die Länge der Vektoren aus Teil a) und die Winkel zwischen ihnen.
- Berechnen Sie die Komponente von \vec{b} parallel zu \vec{a} , d.h. $\vec{b}_{\parallel, a}$, und die senkrecht zu \vec{a} , d.h. $\vec{b}_{\perp, a}$.
- Zwei Vektoren der Länge 2 schließen den Winkel 60° ein. Berechnen Sie ihr Skalarprodukt.

3. Dreieck

Ein Dreieck sei durch zwei seiner Seitenvektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}_B$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9/2 \end{pmatrix}_B$ gegeben.

B ist die Orthonormalbasis $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$.

- Wie lang sind die drei Seiten?
- Wie groß sind die drei Winkel?
- Wie lang ist die Höhe h_b ?

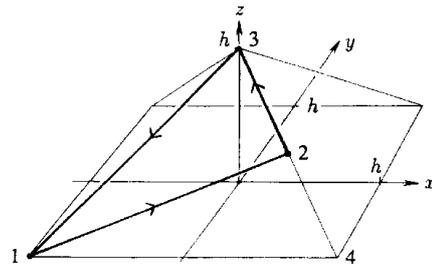
**4. Distributivgesetz**

Interpretieren Sie das Distributiv-Gesetz für das Skalarprodukt, $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$, geometrisch! Verifizieren Sie es in Komponenten-Darstellung!

Bitte wenden

5. Anwendung - Cheops-Pyramide

Ein Tourist erklettert die Cheops-Pyramide (Höhe h , quadratische Grundfläche mit Kantenlänge $2h$) zunächst von Punkt 1 nach Punkt 2 (welcher auf halber Höhe liegt) und von dort weiter zum Gipfel 3. Er kehrt dann direkt nach 1 zurück. Bei einer gleichmäßigen Geschwindigkeit von 22m/Minute benötigt er insgesamt 28 Minuten. Wie hoch ist die Pyramide?



(Hinweis: schreiben Sie Ortsvektoren der drei Punkte in Komponentendarstellung, bilden Sie dann \vec{r}_{12} u.s.w.. Zu Zahlenwerten geht man erst möglichst spät über. Trigonometrie ist noch nicht bekannt!)

6. Anwendung - startendes Flugzeug (optional)

Auf der Rückfahrt vom Flughafen bleiben wir mit 120 km/h genau unter einer startenden Maschine, während ihr Schatten (bei Sonnenlicht-Einfall unter 45°) mit 170 km/h über die Straße gleitet. Welche Geschwindigkeit hat das Flugzeug? Wieviele Meter gewinnt es pro Sekunde an Höhe? (erst Formeln, Zahlen zuletzt; Trigonometrie verboten)

