Prof. Dr. T. Nattermann Prof. Dr. B. Maier

6. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2015 `http://ukoeln.de/CBSXB`

1. Weitere Integrale

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{i)} \int dx (4x^4 - 2x^2 + \sqrt{x}) \qquad \text{ii)} \int dx \frac{1}{x+2} \qquad \text{iii)} \int dx\, x e^{x^2}$$

b) Berechnen Sie durch partielle Integration:

$$\int dx \arccos(x)$$

Hinweis: Berechnen Sie zunächst $\frac{d}{dx}\arccos(x)$ und formen Sie das Resultat um, bis keine trigonometrischen Funktionen mehr darin enthalten sind.

c) Berechnen Sie:

$$\text{i)} \int dx \tan(x) \quad \text{ii)} \int dx\, x \cos(x) \quad \text{iii)} \int dx\, x \cos(x^2) \quad \text{iv)} \int dx\, x \cos(x^2 + 1)$$

Hinweis: Benutzten Sie in iv) zunächst Additionstheoreme um den Integrand umzuschreiben.

d) Berechnen Sie mit Hilfe der Partialbruchzerlegung die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\text{i)} \int dx \frac{1}{x^3 + x} \qquad \text{ii)} \int dx \frac{1 - x^3 + x^4 - x^5}{(1 + x^2)(1 + x^4)}$$

2. Logarithmus

Die Logarithmus Funktion kann auch über das folgende Integral eingeführt werden

$$f(x) = \int_1^x dy\, \frac{1}{y}$$

a) Zeigen Sie durch die Koordinatentransformation $z = 1/x$ das das Integral in der Tat die Eigenschaft $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$ besitzt.

b) Zeigen Sie das zusätzlich $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$ gilt.
Hinweis: Führen Sie zunächst $z = x/a$ als neue Variable ein und splitten Sie das Integral in zwei Teile via: $\int_a^b dx g(x) = \int_a^c dx\, g(x) + \int_c^b dx\, g(x)$

c) Zeigen Sie durch geschickte Variablentransformation das $f(e^x) = x$ gilt. Das gegebene Integral ist also die Umkehrfunktion zu e^x.