

5. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2015

<http://ukoeln.de/CBSXB>**1. Vollständige Induktion**

- a) Machen Sie sich mit der Beweismethode der vollständigen Induktion vertraut. Klären Sie dazu die Bedeutung der Begriffe *Induktionsanfang*, *Induktionsvoraussetzung* und *Induktionsschritt* und vollziehen Sie die der Beweismethode zu Grunde liegende Logik nach.
- b) Beweisen Sie die Bernoullische Ungleichung $(1+x)^n \geq 1+nx$ durch vollständige Induktion.
- c) Beweisen Sie den Binomischen Lehrsatz:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

durch vollständige Induktion

2. Potenzreihenentwicklung

- a) Führen Sie eine Potenzreihenentwicklung um $x_0 = 0$ (also $f(x) \simeq f(x_0) + \dots$) für $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ bis zur 5. Ordnung durch.
- b) Wie lauten die allgemeinen Form für den Koeffizienten a_n von x^n ? Geben sie die komplette Reihe der beiden Funktionen an.

3. Integrale

- a) Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\text{i) } \int dx(3x^2 - 4x + 2) \quad \text{ii) } \int dx(5x^3 - 2x^2 - 6) \quad \text{iii) } \int dx(4x^3 + 2x^{\frac{3}{2}} + 1)$$

- b) Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{i) } \int_{-2}^2 dx(3x^2 + 2x^2 - 7) \quad \text{ii) } \int_{-2}^2 dx(-5x^5 + 4x^3 - 3x) \quad \text{iii) } \int_{-2}^2 dx[(2x^3 + x)(-5x^2 + 2)]$$

- c) Berechnen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration:

$$\text{i) } \int_0^y dx x e^x \quad \text{ii) } \int_1^2 dx x \ln(x) \quad \text{iii) } \int_{-\pi}^z dx \sin(x) \cos(x)$$