

4. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2015

<http://ukoeln.de/CBSXB>**1. Rechenregeln für Logarithmen**

- a) Zeigen Sie die folgenden Gleichungen unter Verwendung der bekannten Rechenregeln für die Exponentialfunktion $e^A \cdot e^B = e^{A+B}$ bzw. $(e^n)^m = e^{n \cdot m}$:

$$\text{i) } \ln(A \cdot B) = \ln(A) + \ln(B) \quad \text{ii) } \ln\left(\frac{A}{B}\right) = \ln(A) - \ln(B) \quad \text{iii) } \ln(A^n) = n \ln(A)$$

- b) Zeigen Sie, dass ein Basiswechsel mit folgender Gleichung durchgeführt werden kann:

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$$

2. Ableitung der Umkehrfunktion

- a) Sei $f(x) \equiv y$ eine Funktion mit dazugehöriger Umkehrfunktion \bar{f} , sodass $f(\bar{f}(x)) = x$. Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel, dass für die Ableitung der Umkehrfunktion gilt:

$$\bar{f}'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'(\bar{f}(y))} \quad \Leftrightarrow \quad \bar{f}'(x) = \frac{1}{f'(\bar{f}(x))}$$

- b) Berechnen Sie mit dieser Formel die Ableitung von

$$\text{i) } \bar{f}(x) = \ln(x) \quad \text{ii) } \bar{f}(x) = \arctan(x) \quad \text{iii) } \bar{f}(x) = \operatorname{arcsinh}(x)$$

3. Hyperbolische Umkehrfunktion

Zeigen Sie ausgehend von den Definitionen der elementaren Funktionen

$$\operatorname{arcsinh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

4. Ableitungen von Funktionen mehrerer Variablen

- a) Gegeben seien die Funktionen $f(x, y) = x^2 e^y$ und $f(x, y) = \frac{4xy}{4x^2 + y^2}$. Berechnen Sie jeweils die folgenden Ableitungen.

$$\text{i) } \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \quad \text{ii) } \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \quad \text{iii) } \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \quad \text{iv) } \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y)$$

- b) Gegeben sei $f(x, y, z) = x^2 y \ln(z) + \sqrt{x} \sin(y) + \frac{1}{x} e^z$. Berechnen Sie:

$$\begin{array}{lll} \text{i) } \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) & \text{ii) } \frac{\partial}{\partial y} f(x, y, z) & \text{iii) } \frac{\partial}{\partial z} f(x, y, z) \\ \text{iv) } \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} f(x, y, z) & \text{v) } \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z) & \text{vi) } \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y, z) \end{array}$$