
 11. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2015

<http://ukoeln.de/CBSXB>**1. Matrixoperationen**

Gegeben seien folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 3) .$$

- a) Welche Produkte zwischen je zwei dieser Matrizen lassen sich durchführen (AB , AC , etc.)?
 b) Berechnen Sie alle möglichen Produkte von a), sowie auch der Produkt: $CBAB - 3CB$.

2. Inverse Abbildung

Sei V ein zweidimensionales Vektorraum mit Basis B . Abbildung $A : V \rightarrow V$ sei durch die Abbildungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1/2 \end{pmatrix}_{BB} \quad \text{gegeben und} \quad A\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}_{BB} .$$

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix der inversen Abbildung A^{-1} mit Hilfe der Definition $A^{-1}A = I$ (I - Identitätsmatrix). Überprüfen Sie Ihr Ergebnis und danach bestimmen Sie Vektor \vec{x} .

3. Drehmatrizen - 3D

Die Drehung eines Vektors um 90° (gegen den Uhrzeigersinn, um den Koordinatenursprung) um die z -Achse (\vec{e}_z) wird entsprechend der Formel $\mathbb{D}_{z,\phi} = (d_{ik})_{z,\phi} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ durch

die Matrix $\mathbb{D}_{z,90^\circ} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ dargestellt.

- a) Verifizieren Sie dies, indem Sie den gedrehten Vektor $\vec{e}_x' = \mathbb{D}_{z,90^\circ}\vec{e}_x$, und entsprechend \vec{e}_y' und \vec{e}_z' berechnen.

- b) Tun Sie dasselbe für die 90° -Drehung um die x -Achse, $\mathbb{D}_{x,90^\circ} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- c) Berechnen Sie die Matrizen, die einer Drehung von 90° zunächst um die z -, dann um die x -Achse ($\mathbb{D}_{x,90^\circ}\mathbb{D}_{z,90^\circ}$), und umgekehrt ($\mathbb{D}_{z,90^\circ}\mathbb{D}_{x,90^\circ}$) entsprechen. Verifizieren Sie das Ergebnis, indem Sie die Wirkung dieser Drehungen auf $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ berechnen und mit der Drehung eines Buches entsprechend der Vorführung aus der Vorlesung vergleichen.

4. Determinanten

Bestimmen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } C = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{d) } D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e) } E = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$