

10. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2015

<http://ukoeln.de/CBSXB>**1. Parallelepipid**

Ein Parallelepipid sei durch drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_B, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}_B, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}_B$$

gegeben (B Orthonormalbasis). Bestimmen Sie sein Volumen.**2. Anwendung - Stoßparameter**

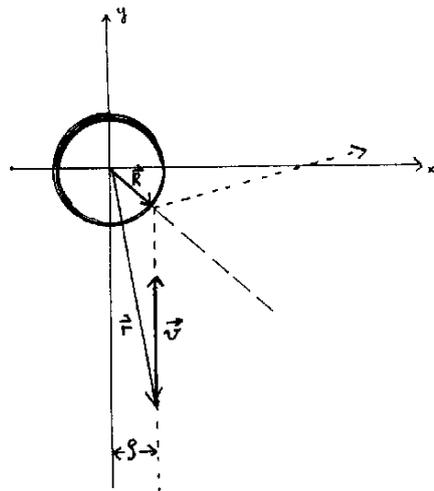
In der x, y -Halbebene $0 < x$, in y -Richtung und im Abstand ρ ("Stoßparameter") zur y -Achse fliegt ein Teilchen (Masse m) mit der Geschwindigkeit \vec{v} gegen eine harte Kugel (Mitte=Ursprung, Radius $R > \rho$) und wird dort elastisch reflektiert.

a) Wo ($\vec{R} = ?$) trifft es die Kugel?

b) Bei der Reflexion bleibt die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Oberflächennormalen unverändert, die parallel zur Oberflächennormalen kehrt das Vorzeichen um. Formulieren Sie die Geschwindigkeit \vec{u} nach dem Stoß vektoriell. (günstige Abkürzung: $\rho^2/R^2 = \lambda$)

c) Zur Kontrolle überlegen wir uns anschaulich, bei welchen Werten des Stoßparameters \vec{u} in x -Richtung zeigt. Was passiert bei $\rho = 0$ und $\rho = R$?

d) Der Drehimpuls eines Teilchens mit Masse m am Ort \vec{r} und mit Geschwindigkeit \vec{v} ist $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$. Berechnen Sie den Drehimpuls bei $\vec{r} = (\rho, -5R, 0)$, und jeweils kurz vor und nach dem Stoß.

**3. Anwendung - geradlinige Bewegung**

Ein Körper mit Masse m bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit \vec{v} . Der minimale Abstand zum Ursprung des Koordinatensystems ist d .

a) wie lässt sich der Ortsvektor $\vec{r}(t)$ (Bahnkurve) darstellen (Formel für $\vec{r}(t)$)?b) Wie ändert sich der Drehimpuls $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$ mit der Zeit?c) Welche Fläche überstreicht der Ortsvektor in einer Zeit Δt ?**Bitte wenden!**

4. Drehmatrizen - 2D

Die allgemeine Form der Drehmatrizen (Drehung eines Vektors um einen festen Ursprung gegen den Uhrzeigersinn um den Winkel φ) in einem zweidimensionalen Vektorraum (Basisvektoren $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$) ist gegeben durch

$$\mathbb{D}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

- Geben Sie die Matrix \mathbb{D}_φ für folgende Winkel an: $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/4$, $\varphi_3 = \pi/2$, $\varphi_4 = \pi$.
- Veranschaulichen Sie die Wirkung von \mathbb{D}_{φ_i} ($i = 1, 2, 3, 4$) auf die Vektoren $\vec{a} = \vec{e}_1$ und $\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$.
- Zeigen Sie für einen beliebigen Vektor \vec{r} , dass die Drehung dieses Vektors um den Winkel φ , d.h. $\vec{r}' = \mathbb{D}_\varphi \vec{r}$, den Betrag des Vektors nicht ändert.